CONCURSO PÚBLICO
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO DE JANEIRO

EDITAL Nº 006/2022

PADRÃO DE RESPOSTAS DA PROVA DISCURSIVA REALIZADA DOMINGO, 15 DE MAIO DE 2022.
PRAZO PARA RECURSO CONTRA O PADRÃO DE RESPOSTAS: 16 E 17 DE MAIO DE 2022, NO ENDEREÇO ELETRÔNICO:
http://www.selecon.org.br

PADRÃO DE RESPOSTAS PRELIMINAR

EPF – 03

MATEMÁTICA

Nº DA QUESTÃO	Espera-se que o candidato(a) desenvolva os aspectos/conteúdos propostos a seguir.
1	O candidato deverá desenvolver o(s) conteúdo(s) com base nos seguintes aspectos: A) Pela apresentação da função custo. **(3 pontos)** B) Pelo desenvolvimento da primeira derivada da função. **(3 pontos)** C) Pela conclusão e apresentação do ponto mínimo. **(2 pontos)** D) Pelo valor do lado do hexágono. **(1 ponto)** E) Pelo valor da altura da caixa. **(1 ponto**)

Denotemos por L o lado do hexágono que compõe a tampa e o fundo e por h a altura da caixa (prisma hexagonal).

Temos que o volume da caixa será dado por V = $\frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$. h = 1

$$h = \frac{2\sqrt{3}}{9L^2}$$

Temos que a área total é dada por:

$$A_T = 2 \cdot \frac{3L^2\sqrt{3}}{2} + 6\,L\,h$$

Considerando f(L) como o custo do material utilizado, temos:

$f(L) = 20.2.\frac{3L^2\sqrt{3}}{2} + 15 \cdot 6 \cdot L \cdot h$

$f(L) = \frac{120L^2\sqrt{3}}{2} + 15 \cdot 6 \cdot L \cdot h$

$f(L) = 60L^2\sqrt{3} + \frac{20\sqrt{3}}{L}$

Assim:

$f'(L) = 120\,L\sqrt{3} - \frac{20\sqrt{3}}{L^2} = 0 \rightarrow L = \sqrt[3]{\frac{1}{6}}$

Ainda,

$f''(L) = 120\sqrt{3} + \frac{40\sqrt{3}}{L^3} \rightarrow f''\left(\sqrt[3]{\frac{1}{6}}\right) = 360\sqrt{3} > 0.$

Logo, em $L = \sqrt[3]{\frac{1}{6}}$ a função custo *f(L)* possui um mínimo absoluto e com isso as dimensões procuradas são:

	$L = \sqrt[3]{\frac{1}{6}}$ e $h = \frac{2\sqrt{3}}{9\left(\sqrt[3]{\frac{1}{6}}\right)^2}$ Total previsto de linhas para a resposta final do(a) candidato(a): **30 linhas**
2	O candidato deverá desenvolver o(s) conteúdo(s) com base nos seguintes aspectos: A) Definição e propriedades de transformações lineares **(4 pontos)** B) Conceito de Núcleo e Imagem de uma transformação **(4 pontos)** C) Transformações injetoras, sobrejetoras e bijetoras **(2 pontos)** a) Inicialmente, precisa-se escrever um vetor $v = (x, y, z)$ como combinação linear de $v_1,\ v_2\ e\ v_3$, então tem-se que: $(x, y, z) = a(1,1,1) + b(0,1,0) + c(-1,0,1) \to (x, y, z) = (a - c, a + b, a + c)$ equacionando: $\begin{cases} a - c = x\ (I) \\ a + b = y\ (II) \\ a + c = z\ (III) \end{cases}$ e fazendo-se $(I) + (III) \to a = \frac{x+z}{2}$. Substituindo-se $a = \frac{x+z}{2}$ em (II) e (III) tem-se que: $b = y - \frac{x+z}{2} \to b = \frac{-x+2y-z}{2}$ e $c = z - \frac{x+z}{2} \to c = \frac{-x+z}{2}$ Logo, $(x, y, z) = \left(\frac{x+z}{2}\right)(1,1,1) + \left(\frac{-x+2y-z}{2}\right)(0,1,0) + \left(\frac{-x+z}{2}\right)(-1,0,1)$ Como T é linear, aplicando T na igualdade, tem-se que: $$T(x,y,z) = \left(\frac{x+z}{2}\right)T(1,1,1) + \left(\frac{-x+2y-z}{2}\right)T(0,1,0) + \left(\frac{-x+z}{2}\right)T(-1,0,1)$$ $$\to T(x,y,z) = \left(\frac{x+z}{2}\right)(3,3,1) + \left(\frac{-x+2y-z}{2}\right)(3,0,-1) + \left(\frac{-x+z}{2}\right)(-2,1,0)$$ $$\to T(x,y,z) = \left(\frac{3x+3z-3x+6y-3z+2x-2z}{2}, \frac{3x+3z-x+z}{2}, \frac{x+z+x-2y+z}{2}\right)$$ $$\to T(x,y,z) = (x+3y-z, x+2z, x-y+z)$$

	Portanto, uma fórmula para $T(x,y,z)$ é: $T(x,y,z) = (x+3y-z, x+2z, x-y+z)$ b) Sabe-se que v $\mathrm{Nuc(T)} = \{\mathrm{v} \in \mathrm{R}^3; \mathrm{T(v)} = \vec{0}\}$ assim: $T(x,y,z) = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} x+3y-z=0 \\ x+2z=0 \\ x-y+z=0 \end{cases}$ escrevendo a matriz do sistema homogêneo e escalonando-a, tem-se que: $$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} L_2 \rightarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \rightarrow L_3 - L_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix} L_2 \rightarrow -\frac{1}{3}L_2 \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix} L_3 \rightarrow L_3 + 4L_2$$ $$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x+3y-z=0 \\ y-z=0 \\ -6z=0 \end{cases} \rightarrow x=y=z=0$$ Logo, $Nuc(T) = \vec{0}$, sua base é um conjunto vazio e $Dim(Nuc(T)) = 0$. Pelo Teorema do Núcleo e da Imagem, tem-se que: $$Dim\, R^3 = Dim(Nuc(T)) + Dim(Im(T)) \rightarrow 3 = 0 + Dim(Im(T)) \rightarrow Dim(Im(T)) = 3$$ Portanto, $Im(T) = R^3 e\ uma\ base\ para\ a\ imagem\ de\ T\ pode\ ser\ a\ canônica\ \alpha = \{e_1, e_2, e_3\}$ c) Como $Nuc(T) = \vec{0}$ e $Im(T) = R^3$, tem-se que T é injetora e sobrejetora, ou seja, T é bijetora. Total previsto de linhas para a resposta final do(a) candidato(a): **30 linhas**
3	O candidato deverá desenvolver o(s) conteúdo(s) com base nos seguintes aspectos: A) Interpretar geometricamente o problema proposto **(2 pontos)** B) Escrever P(x) na forma fatorada **(2 pontos)** C) Analisar as possíveis raízes com os dados do problema **(2 pontos)** D) Apresentar as raízes de P(x) que satisfazem a condição dada **(2 pontos)** E) Encontrar os coeficientes de P(x) **(2 pontos)**

Pelos dados do problema temos que a maior raiz é o dobro da menor, logo podemos chamar as raízes de $x_1 = \alpha,\ x_2 = \beta\ \ e\ \ x_3 = 2\alpha$.
P(x) pode ser expresso por:

$$P(x) = (x-\alpha)(x-\beta)(x-2\alpha)$$

$A, B, P(A) e\ P(B)$ são números primos e um deles é 13 e ainda $P(A) > 0\ e\ P(B) > 0$.

Como um deles é 13, vamos supor $P(A) = 13$, logo:

$$P(A) = (A-\alpha)(A-\beta)(A-2\alpha)$$

i) $\begin{cases} A - \alpha = 13 \\ A-\beta = 1 \\ A - 2\alpha = 1 \end{cases} \rightarrow 13+\alpha = 1+2\alpha \rightarrow \alpha = 12\ e\ 2\alpha = 24 \therefore A = 12+13 \rightarrow A = 25(falso)$ não é primo.

ii) $\begin{cases} A - \alpha = 1 \\ A - \beta = 13 \end{cases} \rightarrow 1+\alpha = 1+2\alpha \rightarrow \alpha = 0 \therefore A = 1(falso)$ não é primo
$\ \ A - 2\alpha = 1$

iii) $\begin{cases} A - \alpha = 1 \\ A - \beta = 1 \\ A - 2\alpha = 13 \end{cases} \rightarrow 1+\alpha = 13+2\alpha \rightarrow \alpha = -12 \rightarrow A = -11\ e\ \beta = -12$ (falso) as raízes são negativas

iv) $Supondo\ A = 13$, vem: $P(13) = (13-\alpha)(13-\beta)(13-2\alpha)$

Sabemos que $\alpha \neq 12\ vem$:

$$\begin{cases} 13 - \alpha = 7 \\ 13 - \beta = 1 \\ 13 - 2\alpha = 1 \end{cases} \rightarrow \beta = 12\ , \alpha = 6\ e\ 2\alpha = 12\ são\ as\ raízes$$

v) $P(x) = (x-12)^2(x-6) \quad P(x) = x^3 - 30x^2 + 288x - 864$

$$m = -30\ p = 288\ q = -864$$

Total previsto de linhas para a resposta final do(a) candidato(a): **30 trinta linhas**